

Documento di validazione Modulo:
SBALZO IN CALCESTRUZZO



Documenti di validazione Modulo: **SBALZO IN CALCESTRUZZO**

Calcolo e verifica di strutture a sbalzo in c.a.:

- Esegue il calcolo del momento resistente della sezione resistente all'estremità vincolata. La sezione resistente potrà essere di 3 diverse tipologie: Solaio, Soletta Piena o Solaio alleggerito (solaio con soletta in c.a. di qualsiasi spessore all'intradosso).
- Esegue il calcolo del taglio resistente all'estremità vincolata secondo le formule di NTC 2008 §4.1.2.1.3.1
- Esegue il calcolo delle tensioni di acciaio e calcestruzzo agli stati limite di esercizio.
- Consente il calcolo delle sollecitazioni agenti direttamente dai carichi gravanti e dallo schema statico ipotizzato, e alla luce delle combinazioni di carico previste da NTC 2008 al §2.5.3. I valori amplificativi sono ricavati direttamente dalla categoria di destinazione scelta.
- Permette l'inserimento di carichi concentrati a qualsiasi coordinata dall'estremità vincolata.
- Permette l'utilizzo dei diversi modelli di comportamento di materiale sia del calcestruzzo che dell'acciaio, secondo quanto previsto in NTC 2008 al §4.1.2.1.2.2 e al §4.1.2.1.2.3.
- Esegue la verifica della deformabilità secondo quanto previsto in Circolare n.617 C4.1.2.2.2.

Nota: eventuali lievi differenze riscontrabili tra i risultati delle formule esplicitate nella presente validazione e gli screenshots utilizzati per la stessa sono dovuti alle procedure di arrotondamento giocoforza adottate dagli algoritmi utilizzati.

TEST VALIDAZIONE CALCOLO SBALZO

Oltre ad un comprovato riscontro positivo dei valori rispetto ad altri software sia di ricerca che commerciali, si riporta una validazione dei risultati tramite lo svisceramento del calcolo dello sforzo assiale resistente e del momento resistente, in base alle deformazioni ultime dei materiali calcolate per iterazione negli algoritmi e riportate in relazione come risultato.

Si sottopone all'analisi l'esempio riportato in demo relazione, che considera l'utilizzo di una soletta con elementi di alleggerimento (pignatte, polistirolo...) e con una zona piena al lembo inferiore (soletta inferiore) che aiuta a compressione lo sbalzo e risolve problemi di inestetismi all'intradosso nel caso di utilizzo alternato di alleggerimenti e c.a.

Si riportano in calce i dati di input:

Demo

MATERIALI

Calcestruzzo

classe CLS	C25/30
modello	triangolo-rettangolo
fctm	2.565 N/mm ²
fcd SLU	14.1667 N/mm ²
fcd SLE c. rara	15 N/mm ²
fcd SLE c. QP	11.25 N/mm ²

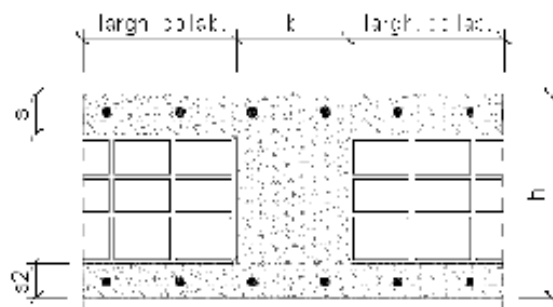
Acciaio

tipo	B450C
modello	elastico-perfettamente plastico indefinito
E	200000 N/mm ²
fy SLU	391.3043 N/mm ²
fy SLE c. rara	380 N/mm ²

GEOMETRIA e ARMATURA

Geometria

base (b)	12	cm
altezza (h)	25	cm
soletta (s)	5	cm
larg. collaborante	19	cm
soletta inferiore	4	cm



Armatura

	copriferro cm	num.ferri	Ø mm	Area cm ²
Superiore	2	3	14	4.62
Inferiore	3	2	12	2.26

ANALISI dei CARICHI

Carichi distribuiti

Perm. strutt. (QPS)	3.1	kN/m ²	Y _{q1}	1.3	Dest. d'uso	Cat.A - Ambienti ad uso residenziale
Perm. non strutt. (QPN)	1.5	kN/m ²	Y _{q2}	1.5	Luce di calcolo	210 cm
Accidentali (QA)	4	kN/m ²	Y _{q1}	1.5		

Carichi concentrati

Posizione carico	130	cm
Carico Q	8	kN
Condizione di carico	Permanenti non strutturali	
Y _{carico}	1.5	

CALCOLO MOMENTO RESISTENTE

Dopo diverse iterazioni sulle variazioni delle deformazioni lato calcestruzzo (fibra inferiore) e lato acciaio (fibra superiore), si raggiunge la convergenza a zero dello sforzo assiale resistente interno della sezione, che esibirà a questo punto la configurazione finale sotto riportata.

Flessione SLU	Med kNm	x cm	Mrd kNm	ϵ cls	ϵ acc	FS
Sezione d'attacco	-29.1387	21.07	-37.2541	-0.0035	0.0163	1.28

Avendo la deformazione del cls a 0,0035 e dell'acciaio pari a 0,0163, si avrà:

$$\epsilon_{\text{cls}}=0.0035 \quad \Leftrightarrow \quad \epsilon_{\text{TOT}}=0.0035+0.0163=0.0198$$

$$H^*=H - \text{copriferro sup.} - \frac{\varnothing \text{ sup}}{2}=25-2-1.4/2=22.3 \text{ cm}$$

quindi l'asse neutro sarà pari a:

$$x= H-\epsilon_{\text{cls}}\cdot H^*/ \epsilon_{\text{TOT}}=21,065 \text{ cm}$$

Avendo scelto per il cls il modello a) triangolo-rettangolo:

da 25 a 23,035 (deformazione da 3,5‰ a 1.75‰) si avrà la tensione del cls sul plateau plastico;

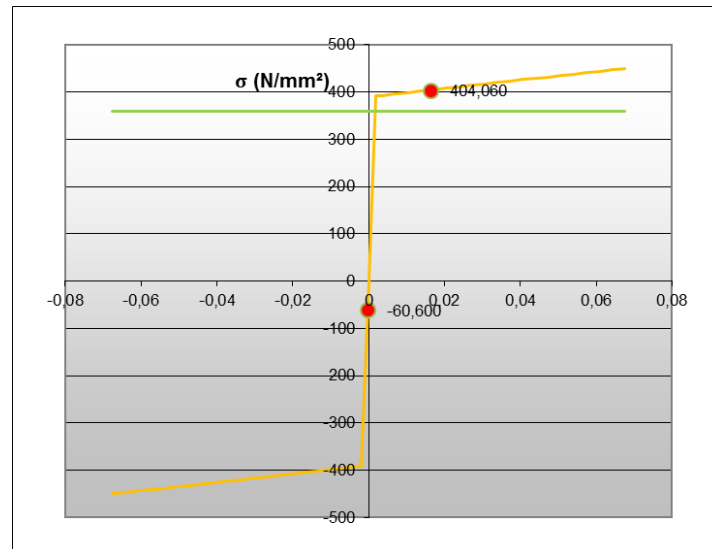
da 23,035 a 21,07 (deformazione da 1.75‰ a 0) si avrà l'andamento triangolare della tensione del cls;

Essendo la zona compressa di uno spessore $< 50\text{mm}$, come prescritto da NTC2008 §4.1.2.1.1, la tensione di progetto verrà ridotta a 0.8 fcd, e sarà quindi 11,333 N/mm².

Essendo con l'asse neutro all'interno della soletta inferiore, per la risultante del cls si avrà quindi:

$$C_{\text{cls}}=500\cdot(250-230,35)\cdot 11,333+(1/2)\cdot 500\cdot(230,35-210,7)\cdot 11,333 = \mathbf{167,02 \text{ kN}}$$

Con la deformazione dell'acciaio a 0.0162, si avrà:



$\sigma_{acc}=391,30 \text{ N/mm}^2$ (punto rosso più in alto)

quindi la risultante dell'area di acciaio tesa risulta:

$$T_{sup}=391,30 \cdot 4,62 \cdot 100 = \mathbf{180,780 \text{ kN}}$$

Nell'asse dell'armatura inferiore invece si avrà una deformazione di $-0,000303$, a cui corrisponde:

$\sigma_{acc}= -60,6 \text{ N/mm}^2$ (punto rosso più in basso)

$$T_{inf}=-60,6 \cdot 2,26 \cdot 100 = \mathbf{-13,69 \text{ kN}}$$

La risultante di trazione sarà quindi:

$$T_{acc}=\mathbf{167,09 \text{ kN}}$$

La risultante interna risulterà quindi pressoché uguale a 0 come richiesto dalle sezioni in flessione pura.

Con tale configurazione di equilibrio, si passa al calcolo del momento resistente.

Il baricentro della sezione è in 14,69 cm.

$$M_{sup \text{ acc}}=404,5 \cdot 4,62 \cdot (14,69-(2+0,7))= 22,40 \text{ kNm}$$

$$M_{inf \text{ acc}}=60,6 \cdot 2,26 \cdot (25-3-0,6-14,69)= 0,918 \text{ kNm}$$

Le procedure calcolano in forma integrale il contributo dei vari conci di calcestruzzo; in via dimostrativa riportiamo una stima delle risultanti del calcestruzzo, nella parte triangolare e in quella rettangolare:

$$M_{\text{sup cls rettangolo}} = 50 \cdot 1,965 \cdot (-11,333) \cdot [25 - (1,965/2) - 14,69] = 10,385 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{sup cls triangolo}} = (1/2) \cdot 50 \cdot (1,965) \cdot (-11,333) \cdot [25 - 14,69 - 1,965 - 1,965/3] = 4,281 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{TOT}} = 22,40 + 0,918 + 10,385 + 4,281 = 37,98 \text{ kNm} \quad \text{vedi tabulato}$$

CALCOLO TENSIONI

Il calcolo delle tensioni avviene tenendo conto delle proprietà geometriche della sezione, delle caratteristiche dei materiali e delle azioni gravanti sull'elemento.

Flessione SLE combinazione Rara	Med kNm	x cm	J cm ⁴	σ_{cls} N/mm ²	σ_{acc} N/mm ²
Sezione d'attacco	-19.8815	18.32	21947.32	-6.047	212.3097
Flessione SLE comb. Quasi Permanente	Med kNm	x cm	J cm ⁴	σ_{cls} N/mm ²	
Sezione d'attacco	-16.7945	18.32	21947.32	-5.1081	

A partire dai dati di input esibiti sopra, ci ricaviamo l'asse neutro imponendo l'annullamento del momento statico rispetto ad esso. Data infatti la funzione Momento Statico $S(x)$, si cerca per iterazione l'incognita x lungo l'altezza della sezione, che faccia risultare zero il momento Statico rispetto ad esso.

$$S(x) \xrightarrow{x=?} 0$$

Si riportano tutti gli steps di calcolo, che portano a convergenza il calcolo:

0	8,847945205
1	17,124628004
2	18,299961353
3	18,324658633
4	18,324669547

e si ottiene quindi:

$$x = \text{Asse neutro in condizioni elastiche} = 18.32 \text{ cm}$$

L'asse neutro andrà quindi ad interessare la porzione al di sopra della soletta inferiore ed il momento di inerzia J rispetto ad x andrà quindi calcolato come segue:

$$J_{cls} = (b + 2 \cdot l_{coll}) \cdot (h - x)^3 / 3 - (2 \cdot l_{coll}) \cdot (h - x - \text{soletta inferiore})^3 / 3 = 4724 \text{ cm}^4$$

$$J_{acciaio} = n \cdot A_{sup} \cdot (x - \text{copriferro sup} - \varnothing_{sup} / 2)^2 + n \cdot A_{inf} \cdot (h - x - \text{copriferro inf} - \varnothing_{inf} / 2)^2 =$$

$$15 \cdot 4,62 \cdot (18,32 - 2 - 1,4 / 2)^2 + 15 \cdot 2,26 \cdot (25 - 18,32 - 3 - 1,2 / 2)^2 = 17229 \text{ cm}^4$$

la cui somma risulta di **21947.32 cm⁴**

Da esso il calcolo delle tensioni risulta immediato. Infatti abbiamo:

$$\sigma_{cls} = M_{ed} / J \cdot (h - x)$$

che nel caso della combinazione SLE rara e SLE quasi perm., si avrà:

$$\sigma_{\text{cls c.Rara}} = -19,8815 \cdot 100 / 21947,32 \cdot (25-18,32) = -6,05 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\text{cls c.QP}} = -16,7945 \cdot 100 / 21947,32 \cdot (25-18,32) = -5,11 \text{ N/mm}^2$$

Mentre il calcolo dell'acciaio si presenterà come:

$$\sigma_{\text{acciaio}} = n \cdot M_{\text{ed}} / J \cdot (x - \text{copriferro superiore} - \varnothing_{\text{sup}}/2)$$

che, nell'unica combinazione in cui è previsto il controllo dell'acciaio, risulterà:

$$\sigma_{\text{acciaio c.Rara}} = 15 \cdot 19,8815 \cdot 100 / 21947,32 \cdot (18,32 - 2 \cdot 1,4/2) = 212,24 \text{ N/mm}^2$$

CALCOLO RESISTENZA A TAGLIO

Il modulo prevede il calcolo della resistenza a taglio senza armature trasversali, come è consentito in NTC 2008 §4.1.2.1.3.1 e come richiede spesso la pratica edilizia, vista la difficoltà di predisporre poi barre d'acciaio addette alla resistenza a taglio. Tramite lo strumento è possibile quindi, valutare tutte le possibili soluzioni geometriche per evitare l'armatura a taglio nella condizione di carico cui è sottoposto l'elemento strutturale nella situazione di progetto.

Taglio	Ved kN	Vrd kN	Vrd,I kN	FS
Ved ≤ Vrd	24.894	21.5508		0.87
Ved ≤ Vrd,I	24.894		88.511	3.56

Partendo dalla formula fornita da NTC 2008:

$$V_{Rd} = \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right\} \cdot b_w \cdot d \geq (v_{min} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (4.1.14)$$

con

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2$$

$$v_{min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$$

e dove

d è l'altezza utile della sezione (in mm);

$\rho_1 = A_{s1} / (b_w \cdot d)$ è il rapporto geometrico di armatura longitudinale ($\leq 0,02$);

$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c$ è la tensione media di compressione nella sezione ($\leq 0,2 f_{cd}$);

b_w è la larghezza minima della sezione (in mm).

che, come espresso dal Tavolo Tecnico CTE per le NTC 2008 e Circolare n.617:

$$V_{Rd} = \max \left\{ \left[0,18k(100\rho_1f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0,15\sigma_{cp} \right] b_w d ; (v_{min} + 0,15\sigma_{cp}) b_w d \right\}$$

Noteremo il primo termine come Vrd1 e il secondo come Vrd2.

Una precisazione va fatta su quale armatura prendere come A_{s1} per la quale NTC 2008 non si esprime chiaramente. In virtù di questo, come consentito dalla stessa norma, si fa riferimento a quanto indicato da EC2 al punto 6.2.2, in cui specifica che si tratta di armatura tesa, a patto che si estenda per non meno di $(l_{bd} + d)$ oltre la sezione considerata, dove per l_{bd} si intende la lunghezza di ancoraggio di progetto.

A tal proposito EC2 dedica un intero paragrafo (8.4.4) sul calcolo della lunghezza di ancoraggio di progetto, ed è proprio a tale trattazione che il calcolo si riferisce, facendo riferimento appunto al fattore correttivo degli α (calcolati secondo il prospetto 8.2) applicati alla lunghezza di ancoraggio di base calcolata con formula 8.3.

Nel caso in esame, la lunghezza di ancoraggio di progetto i valori di calcolo risultano quindi:

$$l_{bd}=317.6$$

$$A_{s1}=461$$

Essendo la lunghezza delle armature maggiori di l_{bd} , si ottiene:

$$k=1+(200/214)^{0.5}=1.966$$

$$v_{min}=0.035 \cdot 1.966^{1.5} \cdot 25^{0.5}=0.482$$

$$r_{o1}=461/(120 \cdot (250-30-12/2))=0.0179$$

$$V_{rd1}=[0.18 \cdot 1.95 \cdot (100 \cdot 0.0179 \cdot 25)^{1/3}/1.5+0] \cdot 120 \cdot (250-30)=21550 \text{ N}$$

$$V_{rd2}=0.482 \cdot 120 \cdot (250-30-12/2)=12395 \text{ N}$$

$$V_{rd}=\max\{V_{rd1}, V_{rd2}\}=21,550 \text{ kN} = \boxed{21,55 \text{ kN}}$$

$$V_{rdL}=A_{inf} \cdot f_{yd}=2,26 \cdot 391,30 = \boxed{88,43 \text{ kN}}$$

Come si vede dall'esempio in questione la sezione in c.a. non è verificata e si potrebbe lavorare sui vari parametri di input geometrici ed elasto-meccanici coinvolti nel calcolo per ottenere la verifica soddisfatta.

CALCOLO DEFORMATA

Relativamente al calcolo della deformata si fa riferimento direttamente al logging dei vari algoritmi di calcolo relativi alle condizioni geometriche di es.1 ed es.2. I parametri che vengono esibiti sono rispettivamente:

ρ = parametro di deformazione della membratura interamente reagente.

I valori vengono calcolati dalla linea elastica della trave nelle condizioni statiche scelte

ρ_f = parametro di deformazione della membratura interamente fessurata.

I valori vengono calcolati con l'integrazione del PLV della sezione fessurata su tutta la lunghezza della trave. In tal maniera si riesce a tener conto della differente configurazione di armatura all'appoggio e della sua lunghezza (*lunghezza spezzoni*).

ρ^* = valore di calcolo del parametro di deformazione.

(vedi Circ.617 C4.1.2.2.2)

Il calcolo tiene conto della viscosità del calcestruzzo, così come prescritto in Circolare, essendo l'analisi della sezione fessurata svolta omogeneizzando la sezione all'acciaio ed utilizzando un coefficiente di omogeneizzazione pari a 15, che consente, nel peggiore dei casi (calcestruzzi con resistenza e quindi moduli elastici più alti), di abbattere il modulo elastico di un valore pari a 2, ovvero il 50% indicato in NTC2008 §4.3.2.2.1.

Nella sezione non fessurata invece, il calcolo viene svolto, ipotizzando la situazione più comune di umidità relativa di circa il 55% ed un t_0 di messa in carico di 30gg e tra tutte possibili situazioni di esposizione all'aria della sezione coinvolta, abbiamo preso la peggiorativa con $h_0 < 75\text{mm}$. Ciò ci porta a considerare, in virtù della Tab. 11.2.VII di NTC 2008, un coefficiente di viscosità \emptyset di 2.9, che andrà a decurtare il modulo elastico del calcestruzzo, secondo quanto prescritto da EC2, ovvero:

$$E_{cls,eff} = E_{cls} / (1 + \emptyset)$$

In seguito al calcolo anche degli altri parametri del paragrafo come β (0.7326) e ζ (0.7316), si ha quindi nel caso di carico di *Lungo termine* (Comb.Quasi Permanente):

z (cm)	ρ_f (cm)	ρ (cm)	ρ^* (cm)
0	0.0000	0.0000	0.0000
4.2	0.0005	0.0003	0.0004
8.4	0.0018	0.0013	0.0017
12.6	0.0041	0.0028	0.0038
16.8	0.0072	0.0050	0.0066

21	0.0111	0.0077	0.0102
25.2	0.0157	0.0109	0.0145
29.4	0.0212	0.0147	0.0195
33.6	0.0273	0.0189	0.0251
37.8	0.0341	0.0237	0.0314
42	0.0416	0.0289	0.0383
46.2	0.0497	0.0345	0.0458
50.4	0.0584	0.0405	0.0538
54.6	0.0677	0.0469	0.0623
58.8	0.0774	0.0537	0.0713
63	0.0877	0.0608	0.0808
67.2	0.0985	0.0683	0.0907
71.4	0.1097	0.0761	0.1010
75.6	0.1214	0.0842	0.1118
79.8	0.1334	0.0925	0.1228
84	0.1458	0.1011	0.1342
88.2	0.1585	0.1099	0.1460
92.4	0.1715	0.1189	0.1580
96.6	0.1848	0.1282	0.1702
100.8	0.1984	0.1376	0.1827
105	0.2122	0.1471	0.1954
109.2	0.2262	0.1568	0.2083
113.4	0.2404	0.1667	0.2213
117.6	0.2547	0.1766	0.2345
121.8	0.2691	0.1866	0.2478
126	0.2837	0.1967	0.2612
130.2	0.2983	0.2068	0.2747
134.4	0.3130	0.2170	0.2882
138.6	0.3277	0.2272	0.3018
142.8	0.3425	0.2357	0.3154
147	0.3573	0.2477	0.3290
151.2	0.3721	0.2580	0.3426
155.4	0.3870	0.2683	0.3563
159.6	0.4018	0.2786	0.3700
163.8	0.4167	0.2890	0.3838
168	0.4317	0.2993	0.3975
172.2	0.4466	0.3097	0.4113
176.4	0.4615	0.3201	0.4250
180.6	0.4765	0.3304	0.4388
184.8	0.4915	0.3408	0.4526

189	0.5064	0.3512	0.4664
193.2	0.5214	0.3616	0.4802
197.4	0.5364	0.3720	0.4940
201.6	0.5514	0.3824	0.5077
205.8	0.5663	0.3928	0.5215
210	0.5813	0.4032	0.5353

Sotto tale combinazione la freccia "non dovrebbe superare" il 1/250 della luce che risulta quindi:

$$fr_{MAX}=1.68 \text{ cm}$$

Quindi il fattore di sicurezza risulterà:

$$FS = 1.68/0.5353 = \mathbf{3.13}$$

Nel caso di *Breve termine* invece il carico sarà relativo alla Comb.Quasi Permanente (a meno dei permanenti strutturali) e a meno dei β (0.9188) e ζ (0.5769), i risultati saranno:

z (cm)	pf (cm)	p (cm)	p' (cm)
0	0.0000	0.0000	0.0000
4.2	0.0004	0.0001	0.0002
8.4	0.0015	0.0003	0.0010
12.6	0.0033	0.0006	0.0022
16.8	0.0057	0.0010	0.0038
21	0.0088	0.0016	0.0059
25.2	0.0126	0.0022	0.0084
29.4	0.0169	0.0030	0.0112
33.6	0.0218	0.0039	0.0145
37.8	0.0273	0.0048	0.0181
42	0.0333	0.0059	0.0221
46.2	0.0397	0.0070	0.0264
50.4	0.0467	0.0083	0.0311
54.6	0.0541	0.0096	0.0360
58.8	0.0620	0.0110	0.0412
63	0.0702	0.0124	0.0467
67.2	0.0788	0.0140	0.0524
71.4	0.0878	0.0156	0.0584
75.6	0.0971	0.0172	0.0646
79.8	0.1068	0.0189	0.0710
84	0.1167	0.0207	0.0776
88.2	0.1269	0.0225	0.0844
92.4	0.1373	0.0243	0.0914
96.6	0.1480	0.0262	0.0984

100.8	0.1588	0.0282	0.1057
105	0.1699	0.0301	0.1130
109.2	0.1810	0.0321	0.1204
113.4	0.1923	0.0341	0.1280
117.6	0.2038	0.0361	0.1356
121.8	0.2153	0.0382	0.1432
126	0.2269	0.0402	0.1509
130.2	0.2385	0.0423	0.1586
134.4	0.2501	0.0443	0.1664
138.6	0.2618	0.0464	0.1742
142.8	0.2735	0.0485	0.1818
147	0.2852	0.0505	0.1897
151.2	0.2969	0.0526	0.1975
155.4	0.3086	0.0547	0.2053
159.6	0.3204	0.0568	0.2131
163.8	0.3321	0.0589	0.2210
168	0.3439	0.0610	0.2288
172.2	0.3557	0.0630	0.2366
176.4	0.3674	0.0651	0.2444
180.6	0.3792	0.0672	0.2523
184.8	0.3910	0.0693	0.2601
189	0.4028	0.0714	0.2680
193.2	0.4146	0.0735	0.2758
197.4	0.4264	0.0756	0.2836
201.6	0.4382	0.0777	0.2915
205.8	0.4499	0.0798	0.2993
210	0.4617	0.0819	0.3072

Sotto tale combinazione la freccia "*non dovrebbe superare*" il 1/500 della luce che risulta quindi:

$$fr_{MAX}=0.84 \text{ cm}$$

Quindi il fattore di sicurezza risulterà:

$$FS = 0.84/0.3072 = \mathbf{2.73}$$

Dal report degli esempi sopra citati, si ha nello spazio dedicato alle verifiche di deformabilità:

Verifica di deformabilita'	freccia cm	fr. amm	FS
Breve termine	0.31	0.84	2.73
Lungo termine	0.54	1.68	3.131